

ΛΥΣΗ

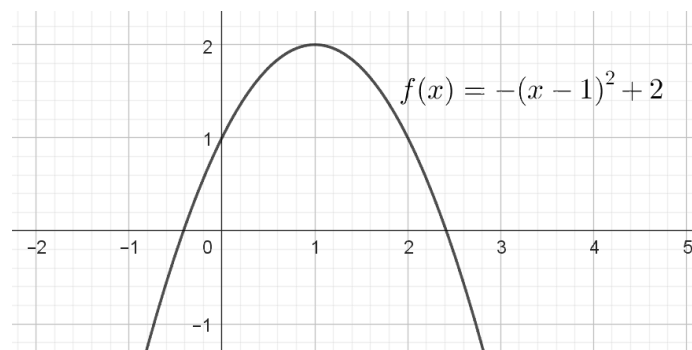
α) Ο τύπος της συνάρτησης f διαδοχικά γράφεται:

$$\begin{aligned} f(x) &= -x^2 + 2x + 1 = \\ &= -x^2 + 2x - 1 + 2 = \\ &= -(x^2 - 2x + 1) + 2 = \\ &= -(x - 1)^2 + 2. \end{aligned}$$

Εναλλακτικά, ξεκινώντας από το ζητούμενο έχουμε:

$$\begin{aligned} -(x - 1)^2 + 2 &= \\ &= -(x^2 - 2x + 1) + 2 = \\ &= -x^2 + 2x - 1 + 2 = \\ &= -x^2 + 2x + 1 = f(x). \end{aligned}$$

Παρατηρούμε ότι $f(x) = \varphi(x - 1) + 2$. Άρα, η γραφική παράσταση της f προκύπτει από μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά μία μονάδα δεξιά και δύο μονάδες απάνω:



β)

- i. Από τη γραφική της παράσταση, προκύπτει ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $(-\infty, 1]$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[1, +\infty)$.
- ii. Η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο $x_0 = 1$ το $f(1) = 2$.
- iii. Οι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = \kappa$, $\kappa < 2$ είναι οι τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της f με την οριζόντια ευθεία $y = \kappa$.
Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι για $\kappa < 2$, υπάρχουν δύο σημεία τομής.
Άρα, η εξίσωση έχει δύο ρίζες.

