ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $φ\left(x\right)=-x^{2}, x\in R$ και $f\left(x\right)=-x^{2}+2x+1, x\in R.$

α) Να αποδείξετε ότι $f\left(x\right)=-\left(x-1\right)^{2}+2$ για κάθε $x\in R$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $φ$, που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $f.$



 (Μονάδες 10)

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f$ να βρείτε:

1. Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση $f$ είναι γνησίως μονότονη.

(Μονάδες 5)

1. Το ολικό ακρότατο της $f$ καθώς και τη θέση του.

(Μονάδες 5)

1. Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f\left(x\right)=κ, κ<2.$ Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

 (Μονάδες 5)