

#### ΘΕΜΑ 4

Έστω η συνάρτηση  $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  με  $g(x) = \frac{e}{x} - \ln x$ .

α) Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $g$  ως προς τη μονοτονία.

(Μονάδες 06)

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $e(1-x) = x \ln x$  έχει ακριβώς μία λύση την  $x = 1$ .

(Μονάδες 06)

γ) Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 + x}{e - x \ln x - ex}$ .

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 06)

ii. Να δείξετε ότι  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ .

(Μονάδες 07)