ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση  είναι παραγωγίσιμη στο  με

, εφόσον

, γιατί η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι Δ = -4 < 0.

Επομένως η συνάρτηση  είναι γνησίως αύξουσα στο .

Λόγω της μονοτονίας της  και της συνέχειάς της, το

,

γιατί: 



και .

β) Η εφαπτομένη της  στο σημείο Μ είναι:

(ε): ή (ε): ή (ε): .

γ) Για κάθε  η συνάρτηση  είναι δύο φορές παραγωγίσιμη με

, με το ίσον να ισχύει μόνο για . Επομένως η συνάρτηση  είναι κυρτή στο  και δεν εμφανίζει σημεία καμπής.

δ) Λόγω του ερωτήματος (γ) η συνάρτηση  είναι κυρτή στο , οπότε η εφαπτομένη της (ε) θα βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της  με εξαίρεση το σημείο επαφής τους Μ. Επομένως θα ισχύει  για κάθε.