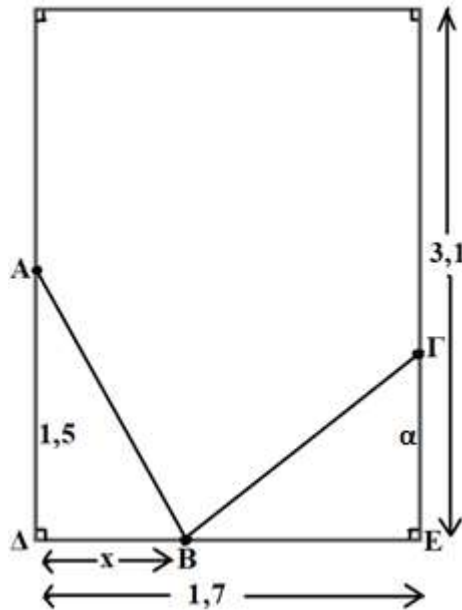


ΘΕΜΑ 4

Ένα γαλλικό μπιλιάρδο έχει μήκος 3,1 μέτρα και πλάτος 1,7 μέτρα. Ένας παίκτης χτυπάει την άσπρη μπάλα με τέτοιο τρόπο ώστε αυτή να χτυπήσει πρώτα στο σημείο Α, μετά να κινηθεί ευθύγραμμα μέχρι το σημείο Β και από εκεί να συνεχίσει ευθύγραμμα μέχρι το σημείο Γ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Δίνονται τα μήκη  $\Delta B = x$ ,  $\Delta E = 1,7$ ,  $A\Delta = 1,5$ ,  $\Gamma E = \alpha$  και  $L = AB + B\Gamma$  που εκφράζονται σε μέτρα.



α) Να αποδείξετε ότι  $L = L(x) = \sqrt{x^2 + 2,25} + \sqrt{(1,7 - x)^2 + \alpha^2}$ ,  $x \in \left(0, \frac{17}{10}\right)$ .

(Μονάδες 07)

β) Δίνεται ακόμη ότι το  $L$  γίνεται ελάχιστο μόνο όταν το Β απέχει 1,02 μέτρα από το Δ.

i. Αν  $L'(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2 + 2,25}} - \sqrt{\frac{(1,7 - x)^2}{(1,7 - x)^2 + \alpha^2}}$ ,  $x \in \left(0, \frac{17}{10}\right)$  να δείξετε ότι  $\alpha = 1$ .

(Μονάδες 10)

ii. Αν  $L''(x) > 0$  για κάθε  $x \in \left(0, \frac{17}{10}\right)$ , να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1,02} \frac{1}{L'(x)}$ , εφόσον

υπάρχει.

(Μονάδες 08)