

ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση f ικανοποιεί τις υποθέσεις του θεωρήματος Rolle στο διάστημα $[1,2]$, διότι

- είναι συνεχής στο $[1,2]$ ως πολυωνυμική
- είναι παραγωγίσιμη στο $(1,2)$ με $f'(x) = 4x^3 - 9x^2 - 2x + 9$ και
- ισχύει $f(1) = f(2) = 6$.

β) Αφού, λοιπόν, για τη συνάρτηση $f(x) = x^4 - 3x^3 - x^2 + 9x$ ισχύουν οι υποθέσεις του θεωρήματος Rolle, θα υπάρχει ένα, τουλάχιστον, $\xi \in (1,2)$ τέτοιο, ώστε $f'(\xi) = 0$ ή ισοδύναμα $4\xi^3 - 9\xi^2 - 2\xi + 9 = 0$.

Επομένως, το $\xi \in (1,2)$ είναι ρίζα της εξίσωσης $4x^3 - 9x^2 - 2x + 9 = 0$.