ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση $f$ ικανοποιεί τις υποθέσεις του θεωρήματος Rolle στο διάστημα $\left[1,2\right]$, διότι

* είναι συνεχής στο $\left[1,2\right]$ ως πολυωνυμική
* είναι παραγωγίσιμη στο $\left(1,2\right)$ με $f^{'}\left(x\right)=4x^{3}-9x^{2}-2x+9$ και
* ισχύει $f\left(1\right)=f\left(2\right)=6$.

β) Αφού, λοιπόν, για τη συνάρτηση $f\left(x\right)=x^{4}-3x^{3}-x^{2}+9x$ ισχύουν οι υποθέσεις του θεωρήματος Rolle, θα υπάρχει ένα, τουλάχιστον, $ξ\in \left(1,2\right)$ τέτοιο, ώστε $f^{'}\left(ξ\right)=0$ ή ισοδύναμα $4ξ^{3}-9ξ^{2}-2ξ+9=0$.

Επομένως, το $ξ\in \left(1,2\right)$ είναι ρίζα της εξίσωσης $4x^{3}-9x^{2}-2x+9=0$.