

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu x}{x} & , \quad x \in [-\pi, 0) \cup (0, \pi] \\ 1 & , \quad x = 0 \end{cases}$

και  $\phi(x) = x \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x$ ,  $x \in [-\pi, \pi]$ .

α) Να αποδείξετε ότι η  $\phi$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $[-\pi, \pi]$  και να βρείτε το πρόσημό της.

(Μονάδες 10)

β) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τις τιμές του  $\kappa \in (-\pi, \pi)$  για τις οποίες ισχύει  $\int_0^{\kappa} \phi(x) dx = 0$ .

(Μονάδες 5)