

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\ln x}{x}, x > 0$ .

α) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι  $2022^{2023} > 2023^{2022}$ .

(Μονάδες 6)

γ) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τα κοίλα και τα σημεία καμπής.

(Μονάδες 6)

δ) Εφαρμόζοντας το Θεώρημα Μέσης Τιμής για την  $f$  σε καθένα από τα διαστήματα  $[2021, 2022]$  και  $[2022, 2023]$  να αποδείξετε ότι  $2f(2022) < f(2021) + f(2023)$ .

(Μονάδες 7)

Δίνεται  $e \approx 2,71$ .