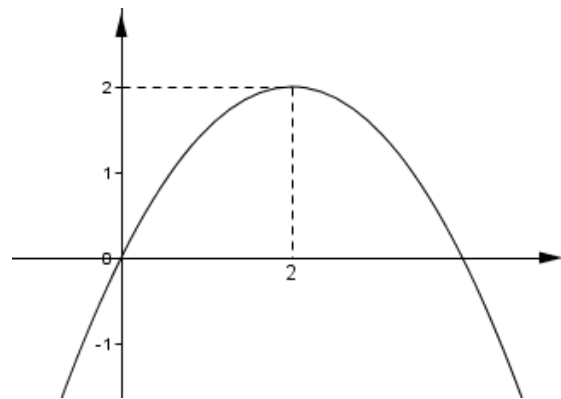


ΘΕΜΑ 4

Η παραβολή του διπλανού σχήματος διέρχεται από την αρχή των αξόνων, η κορυφή της είναι το σημείο $K(2, 2)$ και είναι η γραφική παράσταση της παραγώγου μιας συνάρτησης $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.



α) Να αποδείξετε ότι $f'(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x, x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 8)

β) Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $A(0, 1)$, να αποδείξετε ότι

$$f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + x^2 + 1$$

(Μονάδες 6)

Θεωρούμε επιπλέον τη συνάρτηση

$$g(x) = x^2 + x + 1 - \eta\mu x, x \in \mathbb{R}$$

γ) i. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της g είναι πάνω από τη γραφική παράσταση της f για κάθε $x > 0$.

(Μονάδες 6)

ii. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από τις C_f, C_g και τις ευθείες $x = 0$ και $x = \pi$.

(Μονάδες 5)