

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4 - \frac{4}{x^2}$, $x \neq 0$.

α) Να την μελετήσετε ως προς τη μονοτονία, την κυρτότητα και να βρείτε την οριζόντια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης C_f της f .

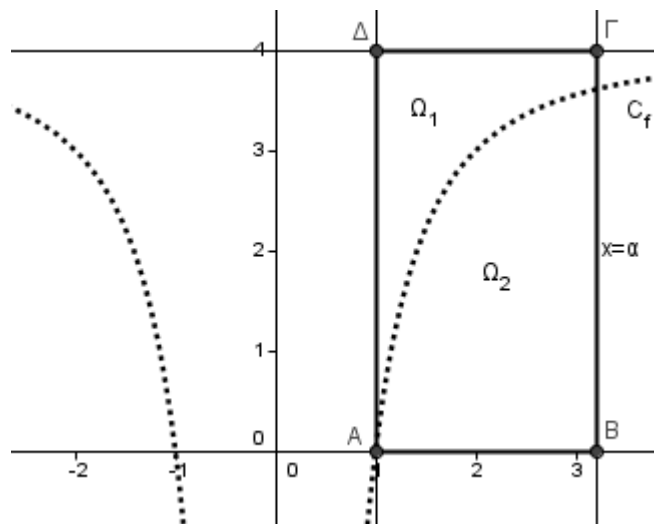
(Μονάδες 9)

β) Αν οι εφαπτόμενες της C_f στα σημεία $A(x_1, f(x_1))$, $B(x_2, f(x_2))$ είναι κάθετες, να αποδείξετε ότι $x_1 x_2 = -4$.

(Μονάδες 6)

γ) Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της f (διακεκομμένη γραμμή) και το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ που ορίζεται από τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=1$, $x=\alpha$, $\alpha > 1$ και $y=4$.

Η C_f χωρίζει το ορθογώνιο σε δυο χωρία Ω_1, Ω_2 .



i. Να υπολογίσετε, συναρτήσει του α , τα εμβαδά $E(\Omega_1)$, $E(\Omega_2)$ των χωρίων.

(Μονάδες 5)

ii. Να βρείτε για ποια τιμή του α ισχύει $E(\Omega_1) = E(\Omega_2)$.

(Μονάδες 5)