

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + 5x - 2$, $x \in \mathbb{R}$.

α) i. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα $x'x$ σε ένα μόνο σημείο με τετμημένη x_0 που περιέχεται στο διάστημα $(0, 1)$.

(Μονάδες 5)

ii. Να εξετάσετε αν ο αριθμός x_0 είναι πιο κοντά στο 0 ή στο 1.

(Μονάδες 4)

β) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x_0 + \theta)x^3 + 2x - 5}{f(x_0 - \theta)x - 5}$, αν x_0 είναι ο αριθμός του ερωτήματος (α)

και θ ένας θετικός αριθμός.

(Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από τη γραφική παράσταση C_f της f , την εφαπτομένη της στο σημείο $A(1, 4)$ και τις ευθείες $x=1$ και $x=2$.

(Μονάδες 7)