

ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση είναι δυο φορές παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με

$$f'(x) = 4x^3 + 6x \text{ και } f''(x) = 12x^2 + 6, x \in \mathbb{R}.$$

Επειδή για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $f''(x) = 6(2x^2 + 1) > 0$, η f είναι κυρτή στο \mathbb{R} .

β) i. Η εφαπτομένη (ε) της C_f στο A έχει συντελεστή διεύθυνσης $\lambda = f'(1) = 10$ και εξίσωση

$$y - f(1) = f'(1)(x - 1) \Leftrightarrow y + 4 = 10(x - 1) \Leftrightarrow y = 10x - 14$$

ii. Από το ερώτημα (α) προκύπτει ότι η συνάρτηση $f'(x)$ είναι γνησίως αύξουσα, άρα «1-1»

οπότε για κάθε $x \neq 1$ ισχύει

$$f'(x) \neq f'(1) \Leftrightarrow f'(x) \neq 10$$

Επομένως δεν υπάρχει σημείο της C_f διαφορετικό από το A στο οποίο η εφαπτομένη της να είναι παράλληλη στην ευθεία (ε).