ΛΥΣΗ

α)

1. Είναι: ,

άρα και ,

οπότε από το κριτήριο παρεμβολής το .

1. Επίσης για ισχύει:

, οπότε:

, γιατί λόγω του ερωτήματος (α, i) το και

.

β) Από τα δεδομένα η είναι συνεχής στο , άρα το (1).

Επίσης λόγω του ερωτήματος (α) για ισχύει: (2).

Λόγω της (2) είναι:

, εφόσον (βασικό όριο) και , γιατί για ισχύει: άρα: και οπότε από το κριτήριο παρεμβολής θα είναι:. Επομένως λόγω της (1) το .

γ) Εφόσον λόγω του ερωτήματος (α, ii) το < 0, θα υπάρχει με τέτοιος ώστε (3).

Λόγω της (2), θεωρούμε τη συνάρτηση στο διάστημα όπου αυτή είναι συνεχής ως αποτέλεσμα πράξεων συνεχών συναρτήσεων.

Επίσης:

(4),

γιατί ισχύει: οπότε .

Λόγω των (3), (4) το και από θεώρημα Bolzano θα υπάρχει ένα τουλάχιστον , έτσι ώστε να ισχύει . Επομένως η εξίσωσηέχει μία τουλάχιστον ρίζα στο διάστημα.