

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{1-x}$, με $x \neq 1$.

α) Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε τον τύπο της αντιστρόφου.

(Μονάδες 9)

β) Να ορίσετε τη συνάρτηση $f \circ f$.

(Μονάδες 6)

γ) Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι οι συναρτήσεις $f \circ f$ και f^{-1} είναι ίσες. Συμφωνείτε με τον ισχυρισμό του μαθητή; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

δ) Αν $\varphi(x) = (f \circ f)(x) = \frac{x-1}{x}$ με $x \in \mathbb{R} - \{0,1\}$ να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_2^3 \varphi(x) dx.$$

(Μονάδες 5)