ΛΥΣΗ

α) Για την $f$: $x+1\geq 0⇔x\geq -1$, άρα$D\_{f}=[-1,+\infty )$.

Επίσης το $D\_{g}=R$ γιατί η $g$ είναι πολυωνυμική συνάρτηση.

β) Είναι $Α\_{1}=\left\{x\in \right.D\_{g}:\left.g(x)\in D\_{f}\right\}=\left\{x\in \right.R:\left.2-x\in [-1,+\infty )\right\}=\left\{x\in \right.R:\left.2-x\geq -1\right\}=$

$\left\{x\in \right.R:\left.x\leq 3\right\}=(-\infty ,3]\ne ∅$, επομένως ορίζεται η $f∘g$ και έχει τύπο:

$(f∘g)(x)=f\left(g(x)\right)=\sqrt{g(x)+1}-1=\sqrt{2-x+1}-1=\sqrt{3-x}-1$.

γ) Λόγω του ερωτήματος (β) είναι $φ(x)=\sqrt{3-x}-1$ με $Α=(-\infty ,3]$.

Η $φ$ είναι συνεχής στο $Α$ως αποτέλεσμα πράξεων συνεχών συναρτήσεων. Επίσης η $φ$ είναι παραγωγίσιμη στο $(-\infty ,3)$ με

$φ'(x)=(\sqrt{3-x}-1)'=\frac{1}{2\sqrt{3-x}}⋅(3-x)'=-\frac{1}{2\sqrt{3-x}}<0$,

άρα η $φ$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $Α=(-\infty ,3]$, επομένως «1-1», οπότε αντιστρέψιμη.

Επίσης το $φ(Α)=[φ(3),\lim\_{x\to -\infty }φ(x))=[-1,+\infty )$

γιατί $φ(3)=\sqrt{3-3}-1=-1$ και $\lim\_{x\to -\infty }φ(x)=\lim\_{x\to -\infty }(\sqrt{3-x}-1)=+\infty $.

Επομένως ορίζεται $φ^{-1}:φ(Α)\rightarrow Α$ ή $φ^{-1}:[-1,+\infty )\rightarrow (-\infty ,3]$.

Για την εύρεση του τύπου της αντιστρόφου της $φ$ θέτουμε

$φ(x)=y⇔\sqrt{3-x}-1=y⇔\sqrt{3-x}=y+1⇔3-x=(y+1)^{2}⇔x=3-(y+1)^{2}$, επομένως $φ^{-1}(x)=3-(x+1)^{2}$.