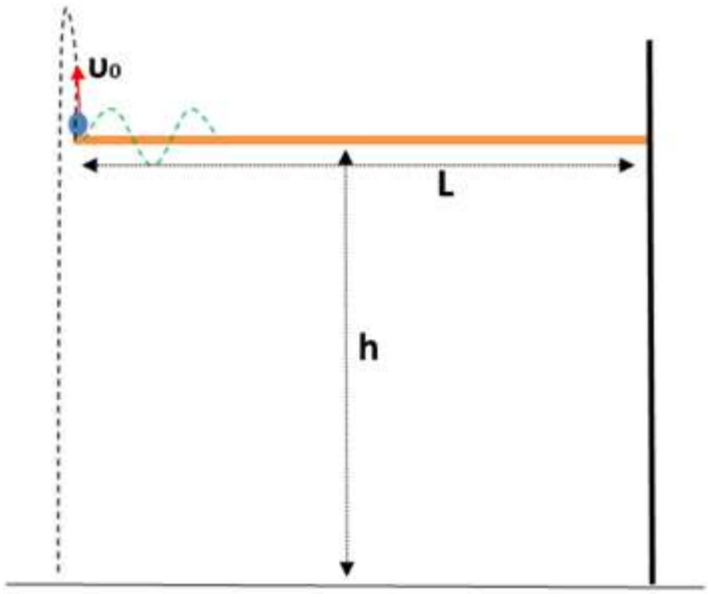
ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα με την πτώση του αναγκάζει το άκρο του μέσου να ταλαντωθεί και τελικά εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ εκτελώντας κατακόρυφη βολή προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση g. Έρχεται σε επαφή με το έδαφος στη θέση $x = -15\mathrm{m}$, σε χρόνο:



$$x = \upsilon t - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow -15\mathrm{m} = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot t - \frac{1}{2}10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}t^2 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$t_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 + 12}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}\mathrm{s} \Leftrightarrow t_1 = 3\mathrm{s} \text{ ή } t_2 = -1\mathrm{s} \text{ (απορρίπτεται)}$$

Άρα ο χρόνος πτώσης είναι: $t_1 = 3\mathrm{s}$

Μονάδες 8

4.2. Εφόσον ο χρόνος για να εκτελέσει μισή περίοδο ταλάντωσης το σύστημα σώμα-ελαστικό μέσο είναι $t = \frac{1}{50}\mathrm{s}$, προκύπτει: $T = 2\cdot\frac{1}{50}\mathrm{s} = \frac{1}{25}\mathrm{s}$, και άρα η συχνότητα θα είναι $f = \frac{1}{T} = 25\mathrm{Hz}$.

Η συχνότητα ταλάντωσης μόνο του ελαστικού μέσου, αφού εκτοξευθεί το σώμα, δίνεται διπλάσια.

Δηλαδή $f' = 50\mathrm{Hz}$.

Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $\upsilon_\delta = 25\mathrm{m/s}$, οπότε βρίσκουμε ότι το μήκος κύματος θα είναι:

$$\upsilon_\delta = \lambda\cdot f' \Leftrightarrow \lambda = \frac{25\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{50\mathrm{s}^{-1}} = 0{,}5\mathrm{m}$$

Η εξίσωση του κύματος θα είναι:

$$y = A\cdot \eta\mu 2\pi\left(f't - \frac{x}{\lambda}\right) \Leftrightarrow y = 0{,}4\cdot\eta\mu 2\pi(50\cdot t - 2\cdot x) \qquad \mathrm{S.I.}$$

και η αντίστοιχη του στιγμιότυπου την $t' = 0{,}2$ s, θα είναι:

$$y = 0{,}4\cdot\eta\mu 2\pi(50\cdot 0{,}2 - 2\cdot x) = 0{,}4\cdot\eta\mu 2\pi(10 - 2\cdot x) \qquad (\mathrm{S.I.})$$
$$0 \le x \le 5\mathrm{m}$$

Μονάδες 8

4.3. Αφού το ελαστικό μέσο είναι ελεύθερο στο ένα άκρο του και ακλόνητα στερεωμένο στο άλλο, αν δημιουργηθεί στάσιμο κύμα, θα παρουσιάζει κοιλία στο ελεύθερο άκρο και δεσμό στο ακλόνητο.

Άρα για το μήκος L του μέσου είναι:

$$\mathrm{L} = \mathrm{k}\lambda_{\sigma\tau} + \frac{\lambda_{\sigma\tau}}{2} = (2\mathrm{k}+1)\frac{\lambda_{\sigma\tau}}{2} \Leftrightarrow \mathrm{L} = (2\mathrm{k}+1)\frac{\lambda}{4} \Leftrightarrow 2\mathrm{k}+1 = \frac{4\mathrm{L}}{\lambda} \Leftrightarrow \mathrm{k} = \frac{\frac{4\mathrm{L}}{\lambda}-1}{2} = 24$$

Εφόσον το k προέκυψε ακέραιος αριθμός, δημιουργούνται στάσιμα κύματα.

Το k εκφράζει τον αριθμό των ατράκτων του στάσιμου κύματος, οπότε ο αριθμός των δεσμών θα είναι:

$$\mathrm{N}_{\Delta} = \mathrm{k}+1 = 25$$

διότι για την πρώτη άτρακτο απαιτούνται 2 δεσμοί και από κει και πέρα, για κάθε άτρακτο απαιτείται άλλος ένας δεσμός.

Ο αριθμός των κοιλιών θα είναι ο αριθμός των ατράκτων συν την πρώτη κοιλία στο ελεύθερο άκρο:

$$\mathrm{N}_{\mathrm{K}} = \mathrm{k}+1 = 25$$

Μονάδες 9