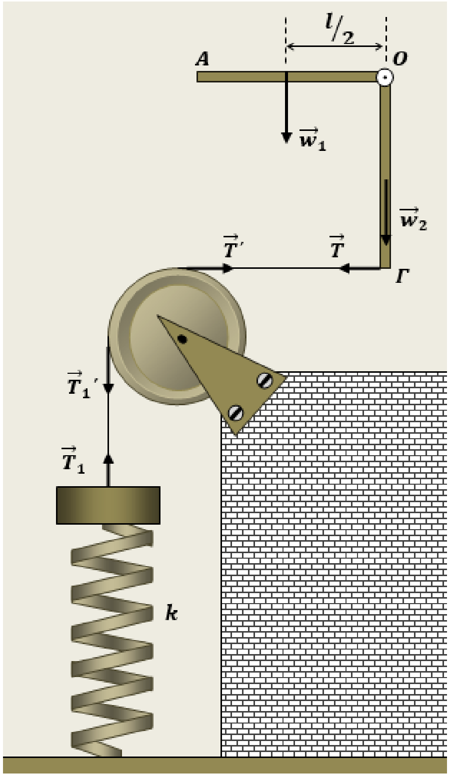
ΘΕΜΑ 4



4.1. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα των δύο ράβδων, ως προς τον άξονα στο O:

$$(\sum \tau)_o = 0\,, \quad w_1 \cdot \frac{l}{2} = T \cdot l, \quad T = \frac{w_1}{2} = \frac{m_1 \cdot g}{2} = 30\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 6

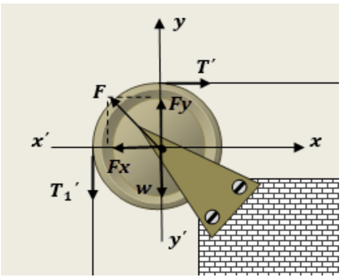
4.2. Το τεντωμένο οριζόντιο τμήμα του αβαρούς νήματος, ασκεί στα άκρα του δυνάμεις αντίθετες. Δηλαδή κατά μέτρο ισχύει:

$$T' = T = 30\ \mathrm{N}$$

Εφαρμόζουμε στην τροχαλία συνθήκη ισορροπίας ροπών ως προς τον άξονα περιστροφής στο κέντρο της:

$$(\sum \tau)_{\alpha\xi} = 0, \quad {T_1}' \cdot r = T \cdot r\,, \quad {T_1}' = T = 30\ \mathrm{N}$$

Αναλύουμε τη δύναμη που δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της σε δύο συνιστώσες $\vec{F}_x, \vec{F}_y$ οριζόντια και κατακόρυφα, όπως στο σχήμα. Εφαρμόζουμε συνθήκη ισορροπίας δυνάμεων κατά άξονες:



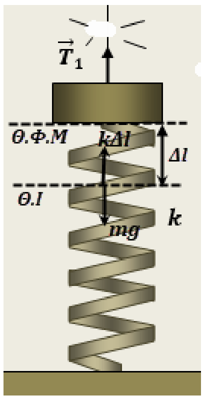
$$\sum F_x = 0\,, \quad T' - F_x = 0\,, \quad F_x = T' = 30\ \mathrm{N}$$

$$\sum F_y = 0\,, \quad F_y - {T_1}' - w = 0\,, \quad F_y = {T_1}' + w = 40\ \mathrm{N}$$

Εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα για να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης F που δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 50\ \mathrm{N}$$

Μονάδες 6



4.3. Το τεντωμένο κατακόρυφο τμήμα του αβαρούς νήματος, ασκεί στα άκρα του αντίθετες δυνάμεις. Δηλαδή κατά μέτρο ισχύει: $T_1 = {T_1}' = 30\ \mathrm{N}$

Παρατηρούμε ότι το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκείται κατακόρυφα και προς τα πάνω στο σώμα Σ είναι ίσο με το μέτρο του βάρους του $w_3 = m_3 \cdot g = 30\ \mathrm{N}$.

Άρα το σώμα Σ ισορροπεί αρχικά στη θέση όπου το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος. Ακόμη και αν δεν κάνουμε αυτή την παρατήρηση, θα καταλήξουμε στο ίδιο συμπέρασμα εφαρμόζοντας συνθήκη ισορροπίας για το Σ.

Όταν κοπεί το νήμα το σώμα αρχίζει να ταλαντώνεται κατακόρυφα γύρω από τη θέση ισορροπίας του $(\Theta.I)$, στην οποία το ελατήριο έχει συσπείρωση κατά Δl και ισχύει:

$$(\sum F)_{\Theta.I} = 0\,, \ k \cdot \Delta l = m_3 \cdot g\,, \ \Delta l = \frac{m_3 \cdot g}{k} = \frac{30}{300}\ \mathrm{m} = 0{,}1\ \mathrm{m}$$

Στην τυχαία θέση καθώς κατεβαίνει το σώμα Σ και είναι κατά x πάνω από τη θέση ισορροπίας του, ισχύει:

$$\sum F\,' = k \cdot (\Delta l - x) - m_3 \cdot g = k \cdot \Delta l - k \cdot x - m_3 \cdot g = -k \cdot x$$

Άρα η ταλάντωση του σώματος είναι απλή αρμονική, με σταθερά επαναφοράς $D = k = 300\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ και περίοδο $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m_3}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{3}{300}}\ \mathrm{s} = \frac{\pi}{5}\ \mathrm{s}$.

Μονάδες 7

4.4. Τη στιγμή που κόπηκε το νήμα και άρχισε η απλή αρμονική ταλάντωση του σώματος, η ταχύτητά του Σ ήταν μηδέν. Άρα η αρχική του θέση ήταν ακραία θέση της ταλάντωσης που ακολουθεί, συνεπώς το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με την συσπείρωση του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του σώματος:

$$A = \Delta l = 0{,}1\ \mathrm{m}$$

Η μέγιστη συσπείρωση ελατηρίου θα εμφανίζεται στο κάτω άκρο της ταλάντωσης, θα είναι:

$$\Delta l_{max} = 2 \cdot A = 0{,}2\ \mathrm{m}\ ,$$

με αποτέλεσμα η μέγιστη δυναμική ενέργεια ελατηρίου να είναι:

$$U_{\varepsilon\lambda}^{max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot (2 \cdot A)^2 = 2 \cdot k \cdot A^2 = 2 \cdot 300 \cdot 0{,}01\ \mathrm{J} = 6\ \mathrm{J}$$

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης εμφανίζεται στις ακραίες θέσεις της και είναι:

$$U_{\tau\alpha\lambda}^{max} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 300 \cdot 0{,}01\ \mathrm{J} = 1{,}5\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 6