ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα το ορθογώνιο $ΑΒΓΔ$ έχει τις κορυφές $Α$ και $Δ$ πάνω στον άξονα $x'x$ και τις κορυφές $Β$ και $Γ$ πάνω στις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f\left(x\right)=e^{x}$ , $x<1 $ και $g\left(x\right)=\frac{e}{x}$ , $x>1$, αντίστοιχα. Έστω $Α(α , 0)$ με $α<1$.

α) Να αποδείξετε ότι:

1. η τετμημένη της κορυφής $Δ$ είναι $x\_{Δ}=e^{1-α}$ , (Μονάδες 6)
2. το εμβαδόν του ορθογωνίου $ΑΒΓΔ$ είναι $Ε\left(α\right)=e-αe^{α}$, $α<1$. (Μονάδες 6)

β) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του εμβαδού του ορθογωνίου $ΑΒΓΔ$ . (Μονάδες 7)

γ) Να εξετάσετε αν υπάρχουν και πόσες τιμές του $α$, για τις οποίες το εμβαδόν του ορθογωνίου $ΑΒΓΔ$ γίνεται ίσο με $1$. (Μονάδες 6)

