

ΘΕΜΑ 4

Έστω μια συνάρτηση $f : (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = -1$ και η συνάρτηση $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $g(x) = -x + 1$. Δίνεται ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(-1, f(-1))$, έχει εξίσωση $y = g(x)$.

α) Να βρείτε το $f(-1)$ και το $f'(-1)$. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε:

i. το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $f \circ g$ και $g \circ f$, (Μονάδες 6)

ii. τις παραγώγους $(f \circ g)'(2)$ και $(g \circ f)'(-1)$. (Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη της $C_{f \circ g}$ στο σημείο της με τετμημένη $x_1 = 2$ και η εφαπτομένη της $C_{g \circ f}$ στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = -1$, ταυτίζονται. (Μονάδες 6)