

ΘΕΜΑ 4

Έστω $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μια παραγωγίσιμη συνάρτηση η οποία έχει τοπικό ελάχιστο το $f(2) = -32$.

Οι γραφικές παραστάσεις της f και της παραγώγου f' τέμνονται στο σημείο $A(-2, 0)$.

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της C_f στα σημεία με τετμημένες:

i. $x_1 = 2$, (Μονάδες 5)

ii. $x_2 = -2$. (Μονάδες 5)

β) Δίνεται επιπλέον ότι η f' είναι πολυωνυμική συνάρτηση 2^{ου} βαθμού και η γραφική παράσταση της f' διέρχεται από το σημείο $B(0, -12)$. Να αποδείξετε ότι:

i. $f'(x) = 3x^2 - 12$, (Μονάδες 4)

ii. $f(x) = x^3 - 12x - 16$, (Μονάδες 5)

iii. η εξίσωση $f(x) = -20$ έχει τρεις διαφορετικές πραγματικές ρίζες. (Μονάδες 6)