

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = (x - 2)e^x + (x - 1)\ln x$ ,  $x \in (0, +\infty)$

α) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της  $f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε ένα τουλάχιστον σημείο με τετμημένη  $x_0$  στο διάστημα  $(1,2)$ .

(Μονάδες 05)

β) Να βρείτε την παράγωγο συνάρτηση  $f'$  (Μον. 3) και να αποδείξετε ότι υπάρχει μοναδικό σημείο της γραφικής παράστασης της  $f$  στο οποίο η εφαπτομένη της είναι οριζόντια (Μον. 8)

(Μονάδες 11)

γ) Ένας μαθητής σχεδίασε σε ένα λογισμικό τη γραφική παράσταση της  $f$  και διαπίστωσε ότι η γραφική της παράσταση τέμνει τον  $x'x$  στο σημείο  $x_0$  του α) ερωτήματος αλλά και σε ένα ακόμη σημείο. Βοηθήστε το μαθητή να αποδείξει ότι πράγματι η  $C_f$  τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε δύο ακριβώς σημεία.

(Μονάδες 09)