ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση f με $f\left(x\right)=(x-2)e^{x}+(x-1)lnx$, x∈(0, +∝)

α) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της $f$ τέμνει τον άξονα x’x σε ένα τουλάχιστον σημείο με τετμημένη x0 στο διάστημα (1,2).

 (Μονάδες 05)

β) Να βρείτε την παράγωγο συνάρτηση $f'$ (Μον. 3) και να αποδείξετε ότι υπάρχει μοναδικό σημείο της γραφικής παράστασης της $f$ στο οποίο η εφαπτομένη της είναι οριζόντια (Μον. 8)

 (Μονάδες 11)

γ) Ένας μαθητής σχεδίασε σε ένα λογισμικό τη γραφική παράσταση της $f$ και διαπίστωσε ότι η γραφική της παράσταση τέμνει τον x’x στο σημείο x0 του α) ερωτήματος αλλά και σε ένα ακόμη σημείο. Βοηθήστε το μαθητή να αποδείξει ότι πράγματι η $C\_{f}$ τέμνει τον άξονα x’x σε δύο ακριβώς σημεία.

 (Μονάδες 09)