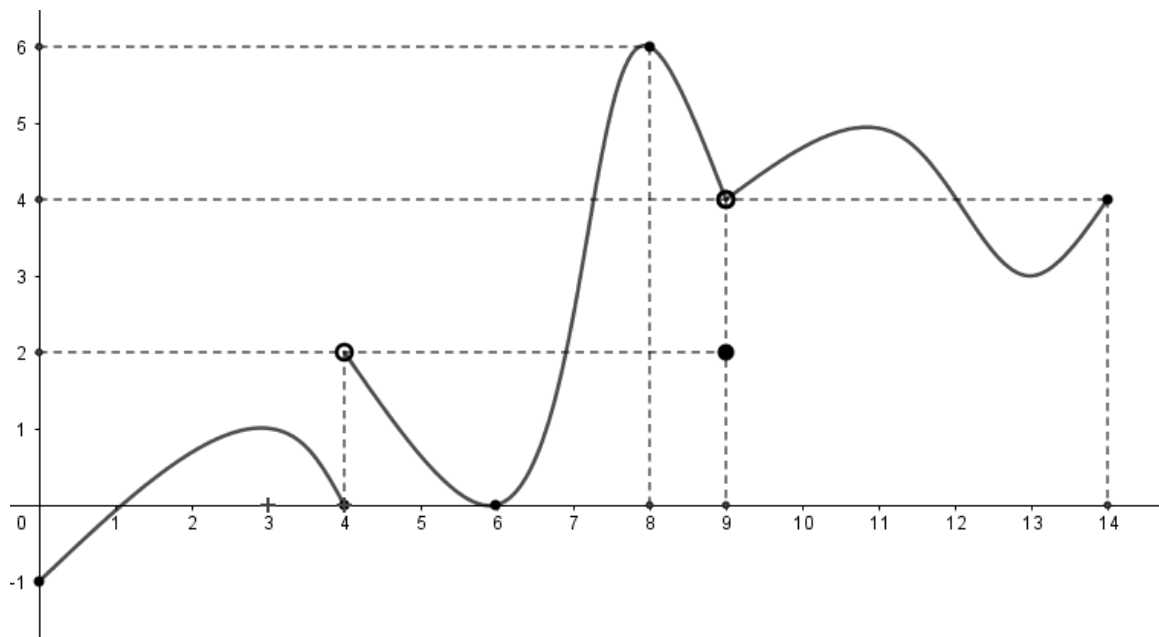


## ΛΥΣΗ



α) Το σύνολο των τετμημένων των σημείων της  $C_f$  αποτελεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. Από τη γραφική παράσταση του σχήματος παρατηρούμε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  είναι το διάστημα  $[0, 14]$ . Αντίστοιχα το σύνολο τιμών είναι το σύνολο των τεταγμένων των σημείων της  $C_f$ , δηλαδή το κλειστό διάστημα  $[-1, 6]$ .

β)

- i.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1$
- ii.  $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 0$  και  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 2$ . Άρα δεν υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$
- iii.  $\lim_{x \rightarrow 9} f(x) = 4$
- iv.  $\lim_{x \rightarrow 14} f(x) = 4$
- v.  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{1}{f(x)} = +\infty$  γιατί  $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = 0$ , αφού από την υπόθεση, η  $f$  παίρνει θετικές τιμές κοντά στο έξι και ο οριζόντιος άξονας εφάπτεται στη γραφική της παράσταση στο σημείο αυτό.

γ) Από το προηγούμενο ερώτημα είδαμε ότι δεν υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$  γιατί τα πλευρικά όρια στο 4 είναι διαφορετικά. Άρα η  $f$  δεν είναι συνεχής στο 4.

Επίσης ενώ το  $\lim_{x \rightarrow 9} f(x)$  υπάρχει και είναι ίσο με 4, η αριθμητική τιμή της  $f$  για  $x=4$  είναι 2, δηλαδή  $f(4)=2$ . Επειδή  $\lim_{x \rightarrow 9} f(x) \neq f(9)$ , η  $f$  δεν είναι συνεχής και στο 9. Σε όλα τα άλλα σημεία του πεδίου ορισμού της το όριο υπάρχει, είναι ίσο με την τιμή της συνάρτησης επομένως η συνάρτηση είναι συνεχής σε αυτά.