

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = (x - 1)^3 - 3x, \quad x \in \mathbb{R}$$

α) Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f .

(Μονάδες 09)

β) Να αποδείξετε ότι το σύνολο τιμών της f στο διάστημα $[2, +\infty)$ είναι το διάστημα $[-5, +\infty)$.

(Μονάδες 09)

γ) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει μια ακριβώς πραγματική ρίζα στο διάστημα $[2, +\infty)$.

(Μονάδες 07)