ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $[-1,2]$ και παραγωγίσιμη στο $(-1,2)$, αφού είναι πολυωνυμική. Από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f' παρατηρούμε ότι η f' είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-1,2)$. Άρα, η f είναι κοίλη στο $[-1,2]$.

Όμοια, η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα [2,5] και παραγωγίσιμη στο $(2,5)$. Από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f' παρατηρούμε ότι η f' είναι γνησίως φθίνουσα στο (2,5). Άρα, η f είναι κυρτή στο [2,5].

β) Η κλίση της συνάρτησης f στο $x_o = 2$ ισούται με $f'(2)$. Από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f' παρατηρούμε ότι $f'(2) = -1$.

γ) Η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο της με τετμημένη $x_o = 2$ είναι:

$$y - f(2) = f'(2)(x - 2)$$

Δίνεται ότι:

$$3f(2) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(2) = \frac{1}{3}$$

Οπότε:

$$y - \frac{1}{3} = -1(x - 2) \Leftrightarrow y = -x + 2 + \frac{1}{3} \Leftrightarrow y = -x + \frac{7}{3}$$