

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις:  $f(x)=e^{-x}$ ,  $g(x)=f(x)\cdot\eta\mu x$ ,  $x \in [0,2\pi]$ .

α) Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των  $f, g$  έχουν μοναδικό κοινό σημείο το

$A\left(\frac{\pi}{2}, e^{-\frac{\pi}{2}}\right)$ , στο διάστημα ορισμού τους  $[0,2\pi]$ .

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g$  δέχονται κοινή εφαπτομένη στο σημείο τομής τους.

(Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από τον άξονα  $y' y$  και τις γραφικές παραστάσεις των  $C_f, C_g$ .

(Μονάδες 9)