Λύση

α) Η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα, διότι:

Για κάθε , με

Ή αλλιώς χρησιμοποιώντας την παράγωγο της συνάρτησης έχουμε:

για κάθε . Επιπλέον, η συνάρτηση είναι συνεχής στο , οπότε γνησίως φθίνουσα στο .

β) Η συνάρτηση είναι ένα προς ένα, διότι η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα, οπότε είναι “1-1”, άρα αντιστρέψιμη.

Η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα και συνεχής στο , οπότε το σύνολο τιμών της θα είναι:

Τότε το πεδίο ορισμού της αντίστροφης θα είναι το σύνολο τιμών της , δηλαδή

γ) Για να βρούμε τον τύπο της αντίστροφης λύνουμε ως προς x την εξίσωση:

για την οποία έχουμε ισοδύναμα:

Συνεπώς η αντίστροφη συνάρτηση είναι

Στο επόμενο σχήμα βλέπουμε και τις συμμετρικές ως προς την y=x γραφικές παραστάσεις των δύο συναρτήσεων:

