

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η γνησίως αύξουσα συνάρτηση f , με τύπο $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$, $x \geq 0$.

α) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .

(Μονάδες 07)

β) Να βρείτε την αντίστροφη της f .

(Μονάδες 07)

γ) Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι καμπύλες C_1, C_2 . Με δεδομένα ότι

- η μία από τις δύο καμπύλες αντιστοιχεί στην γραφική παράσταση της f και η άλλη στην γραφική παράσταση της f^{-1} ,
- $\int_{\frac{1}{2}}^0 f^{-1}(x)dx = \alpha$

Να βρείτε:

i. Ποια καμπύλη παριστάνει την γραφική παράσταση της f και ποια την γραφική παράσταση της f^{-1} ,

(Μονάδες 04)

ii. Το πρόσημο του α καθώς και το ολοκλήρωμα $I = \int_0^1 f(x)dx$ συναρτήσει του α .

(Μονάδες 07)

