

ΘΕΜΑ 4

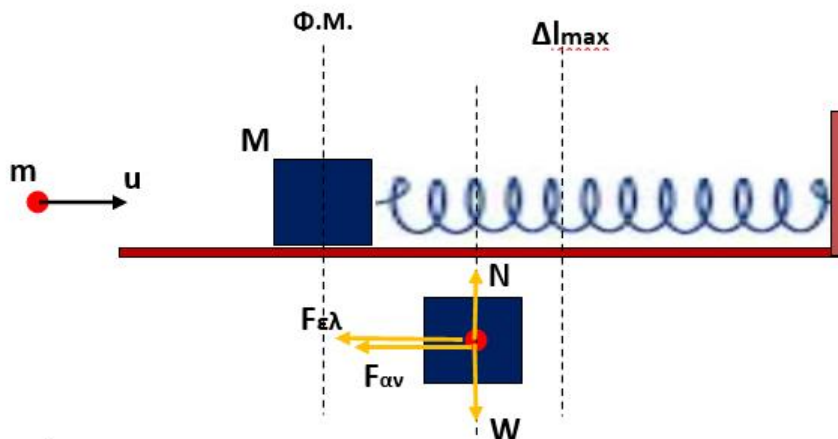
4.1. Κατά την διάρκεια της κρούσης το σύστημα θεωρείται μονωμένο και ισχύει η Α.Δ.Ο.:

$$\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετα}}$$

$$mv + 0 = (m + M)V_{\text{συσ}} \Leftrightarrow 50 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot 200 \cdot \sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \text{kg} \cdot V_{\text{συσ}} \Leftrightarrow V_{\text{συσ}} = 2 \cdot \sqrt{15} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 7

4.2. Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση, λόγω της δύναμης του ελατηρίου και της δύναμης αντίστασης που του ασκούνται, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αρχικά υπολογίζουμε το μέτρο της δύναμης αντίστασης:

$$F_{\text{αν}} = 0,1m_{\text{συσ}}g = 0,1 \cdot (m + M) \cdot g \Leftrightarrow F_{\text{αν}} = 5\text{N}$$

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. για το συσσωμάτωμα, από την θέση Φ.Μ. του ελατηρίου όπου έγινε η κρούση έως την θέση που σταματά στιγμιαία.

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_w + W_N + W_{F_{\text{ελ}}} + W_{F_{\text{αν}}} \Leftrightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2}(m + M)V_{\text{συσ}}^2 = 0 + 0 + (U_{\text{αρχ}}^{\text{ελ}} - U_{\text{τελ}}^{\text{ελ}}) - F_{\text{αν}}\Delta l_{\text{max}} \Leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{2}(m + M)V_{\text{συσ}}^2 = -\frac{1}{2}k\Delta l_{\text{max}}^2 - F_{\text{αν}}\Delta l_{\text{max}} \Leftrightarrow$$

$$150\text{J} = 5 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \Delta l_{\text{max}}^2 + 5\text{N} \cdot \Delta l_{\text{max}} \Leftrightarrow \Delta l_{\text{max}}^2 + \Delta l_{\text{max}} - 30 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Delta l_{\text{max}} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30)}}{2} \Leftrightarrow \Delta l_{\text{max}} = 5\text{m}$$

Η τιμή $\Delta l_{\text{max}} = 5\text{m}$ αναφέρεται στη ζητούμενη συσπίρωση του ελατηρίου.

Η αρνητική τιμή που προκύπτει αντιστοιχεί στην μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου η οποία δεν ζητείται.

Μονάδες 9

4.3. Η εξίσωση ταλάντωσης είναι της μορφής : $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Για το πλάτος της ταλάντωσης είναι: $A = \Delta l_{\text{max}} = 5\text{m}$

Επίσης ισχύει: $D = k = (m + M)\omega^2 \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m+M}} = \sqrt{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Και για την αρχική φάση:

$$\text{Για } t = 0, x = A = 5\text{m}$$

$$5\text{m} = 5\text{m} \cdot \eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \Leftrightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 = \eta\mu\frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{και} \quad \varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{2}$$

και άρα: $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad

Οπότε η ζητούμενη εξίσωση ταλάντωσης θα είναι:

$$x = 5\eta\mu\left(\sqrt{2}t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{S.I.}$$

Η σχέση της συνισταμένης δύναμης στον ταλαντωτή με την απομάκρυνση είναι:

$$\Sigma F = -D \cdot x \Leftrightarrow \Sigma F = -10 \cdot x \quad \text{S.I.}$$

Μονάδες 9