

ΛΥΣΗ

α) Παίρνουμε $\vec{\beta} = (3,4)$.

$\vec{\beta} \perp \vec{\alpha}$ καθώς $\vec{\beta} \cdot \vec{\alpha} = (3,4) \cdot (-4,3) = 3 \cdot (-4) + 4 \cdot 3 = -12 + 12 = 0$.

β) Αν $\vec{\beta}$ είναι το διάνυσμα του α) ερωτήματος, τότε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = \frac{\vec{\beta}}{|\vec{\beta}|}$ είναι:

i. κάθετο στο $\vec{\alpha}$, αφού $\frac{\vec{\beta}}{|\vec{\beta}|} \cdot \vec{\alpha} = \frac{\vec{\beta} \cdot \vec{\alpha}}{|\vec{\beta}|} = 0$ και

ii. μέτρου 1 (αφού $\left| \frac{\vec{\beta}}{|\vec{\beta}|} \right| = \frac{|\vec{\beta}|}{|\vec{\beta}|} = 1$).

Οπότε:

$$\vec{\gamma} = \frac{\vec{\beta}}{|\vec{\beta}|} = \frac{(3,4)}{\sqrt{3^2+4^2}} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5} \right).$$