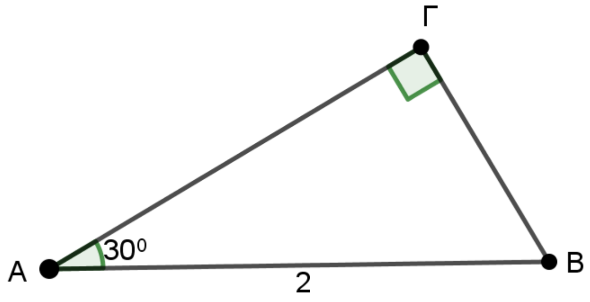
ΛΥΣΗ

α)

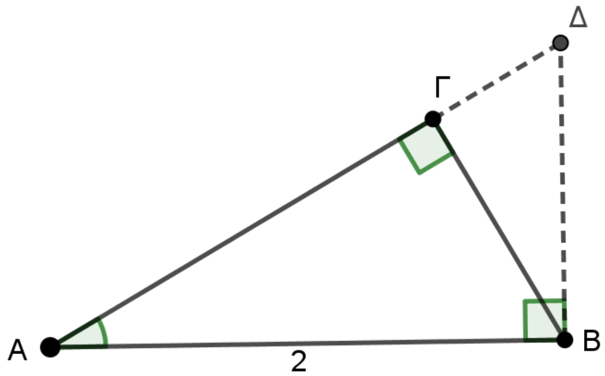


Από τα δεδομένα έχουμε: ΑΒ = 2, $\widehat{\Gamma} = 90^0$ και $\widehat{A} = 30^0$ οπότε η ΒΓ = $\frac{AB}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

Έτσι στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, από το Πυθαγόρειο Θεώρημα είναι:

$A\Gamma^2 = AB^2 - B\Gamma^2$ ή $A\Gamma^2 = 2^2 - 1^2$ ή $A\Gamma^2 = 3$, οπότε $A\Gamma = \sqrt{3}$.

β)



Από τα δεδομένα τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΒΓ είναι ορθογώνια.

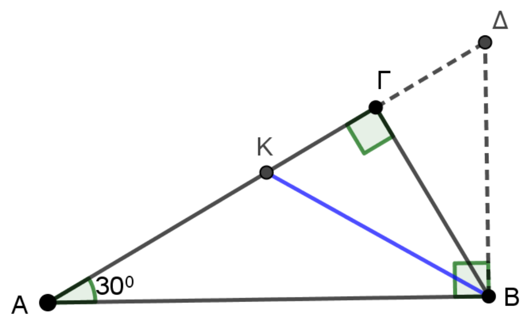
Επίσης, έχουν τη γωνία Α κοινή, οπότε θα είναι όμοια. Επομένως θα έχουν τις ομόλογες πλευρές τους ανάλογες. Άρα $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{AB}{A\Gamma}$.

Όμως η ΑΒ = 2 και λόγω του ερωτήματος (α) η $A\Gamma = \sqrt{3}$ οπότε έχουμε:

$\frac{A\Delta}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ ή $A\Delta = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

γ) Το Κ είναι μέσο του ΑΔ επομένως η $AK = \frac{A\Delta}{2}$.

Η τελευταία ισότητα λόγω του ερωτήματος (β, i) δίνει: $AK = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.



Έτσι (ΚΑΒ) = $\frac{1}{2}\cdot\text{ΑΒ}\cdot\text{ΑΚ}\cdot\text{ημ}30^0 = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.