ΛΥΣΗ

α) Η υπερβολή έχει κέντρο το και εστίες στον άξονα , οπότε θα έχει ασύμπτωτες της μορφής . Αφού το ορθογώνιο βάσης είναι τετράγωνο, συμπεραίνουμε ότι δηλαδή είναι ισοσκελής υπερβολή. Συνεπώς

i. οι εξισώσεις των ασυμπτώτων της υπερβολής είναι .

ii. για την εκκεντρότητα της ισχύει ότι και επειδή έχουμε τελικά ότι .

β) Αφού η είναι παράλληλη σε κάποια εκ των ασύμπτωτων της , θα έχει εξίσωση της μορφής ή με . Η ισοσκελής υπερβολή θα έχει εξίσωση της μορφής . Αφού διέρχεται από το σημείο έχουμε ότι .

Το πλήθος των κοινών σημείων της και της ευθείας είναι ίδιο με το πλήθος των λύσεων καθενός από τα συστήματα και .

Λύνουμε το 1ο σύστημα με αντικατάσταση της 2ης εξίσωσης στην 1η και έχουμε :

και από τη 2η εξίσωση έχουμε ότι

Ομοίως λύνουμε το 2ο σύστημα με αντικατάσταση της 2ης εξίσωσης στην 1η και έχουμε :

και από τη 2η εξίσωση έχουμε ότι

i. Σε κάθε περίπτωση το σύστημα έχει μοναδική λύση που σημαίνει ότι η έχει ένα μόνο κοινό σημείο με την .

ii. Επειδή σε κάθε περίπτωση η μοναδική λύση του συστήματος προέκυψε από εξίσωση 1ου βαθμού και όχι από 2ου με διακρίνουσα 0, η ευθεία δεν είναι εφαπτόμενη της . Απλά την τέμνει σε ένα σημείο χωρίς όμως το σημείο αυτό να είναι σημείο επαφής . Δηλαδή η διαπερνά τη .

Σημείωση : το παραπάνω συμπέρασμα ισχύει για κάθε υπερβολή και ευθεία παράλληλη σε κάποια από τις ασύμπτωτες και όχι μόνο για τις ισοσκελείς.