

ΛΥΣΗ

α) Η  $C$  έχει εστίες τα σημεία  $E(5,0), E'(-5,0)$  οπότε έχει εξίσωση της μορφής

$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  και  $\gamma = 5$ . Αφού διέρχεται από το σημείο  $A(4,0)$  έχουμε ότι

$\frac{4^2}{\alpha^2} - \frac{0^2}{\beta^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{16}{\alpha^2} = 1 \Leftrightarrow \alpha^2 = 16$  και επειδή  $\alpha > 0$  έχουμε τελικά ότι  $\alpha = 4$ .

Συνεπώς έχει εκκεντρότητα  $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{5}{4}$ .

β) Από τη σχέση  $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$  έχουμε ότι  $5^2 = 4^2 + \beta^2 \Leftrightarrow \beta^2 = 9$  και επειδή  $\beta > 0$  έχουμε  $\beta = 3$ .

Τελικά η ζητούμενη εξίσωση είναι η  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ .

γ) Η εφαπτόμενη στο  $M(5, \frac{9}{4})$  έχει εξίσωση  $\frac{5 \cdot x}{16} - \frac{\frac{9}{4} \cdot y}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{5x}{16} - \frac{y}{4} = 1$ .