

Λύση

α) Για την υπερβολή C_1 ισχύει ότι έχει εξίσωση της μορφής $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$ με $\alpha = \beta = 1$.

Αν $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 = 1^2 + 1^2 = 2$, άρα $\gamma = \sqrt{2} > 0$, αφού $\gamma > \alpha = 1$,

τότε οι εστίες της θα έχουν συντεταγμένες τις $E_1(\gamma, 0)$, $E'_1(-\gamma, 0) \Rightarrow E_1(\sqrt{2}, 0)$, $E'_1(-\sqrt{2}, 0)$.

β) Η υπερβολή C_2 είναι ίδια με τη C_1 με τις εστίες της να βρίσκονται στον άξονα $y'y$.

Δηλαδή θα ισχύει ότι: $E_2(0, \gamma)$, $E'_2(0, -\gamma) \Rightarrow E_2(0, \sqrt{2})$, $E'_2(0, -\sqrt{2})$.

Συνεπώς τα σημεία E_1, E_2, E'_1, E'_2 , θα ισαπέχουν από την αρχή των αξόνων $O(0,0)$ και βρίσκονται πάνω σε αυτούς, οπότε οι διαγώνιοι του τετραπλεύρου $E_1E_2E'_1E'_2$ είναι ίσες, διχοτομούνται και τέμνονται κάθετα, άρα αυτό είναι τετράγωνο.

