ΛΥΣΗ

α) Η εξίσωση: $(\lambda+1)x+(\lambda-1)y+2=0$ είναι της μορφής $Ax+By+\Gamma=0$, με $A=\lambda+1$ και $B=\lambda-1$.

Επειδή $\lambda\in\{0,1,2,3,4,5\}$ έχουμε: $A=\lambda+1\neq 0$.

Έτσι, όλες αυτές οι γραμμές είναι ευθείες.

β) Για $\lambda=1$, προκύπτει η ευθεία $\varepsilon_1: x=-1$, ενώ για $\lambda=2$, προκύπτει η ευθεία $\varepsilon_2: 3x+y=-2$.

Οι $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ τέμνονται στο σημείο $(-1,1)$. Γνωρίζοντας ότι όλες οι γραμμές σύνδεσης διέρχονται από την πηγή Π, συμπεραίνουμε ότι η πηγή του νερού αντιστοιχεί στο σημείο $\Pi(-1,1)$.

γ) Για $x=0$ και $y=0$, προκύπτει: $(\lambda+1)\cdot 0+(\lambda-1)\cdot 0+2\neq 0$.

Επομένως το $O(0,0)$ δεν ανήκει σε κάποια από τις ευθείες.

δ)

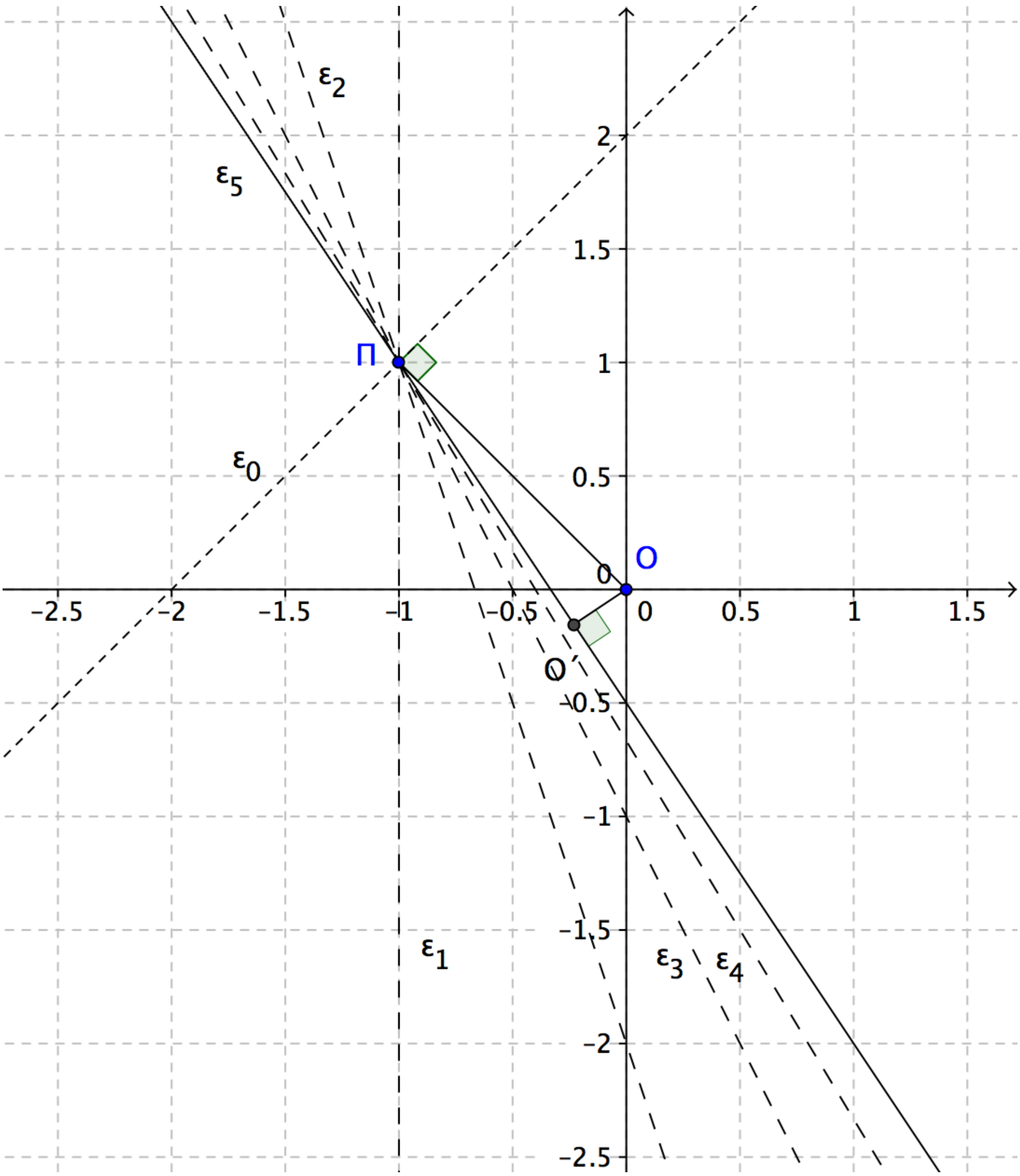
i. Η απόσταση του Ο από το Π είναι $(O\Pi)=\sqrt{(-1-0)^2+(1-0)^2}=\sqrt{2}$, ενώ αν $\varepsilon_\lambda: (\lambda+1)x+(\lambda-1)y+2=0$, τότε

$$d(O,\varepsilon_\lambda)=\frac{|(\lambda-1)0+(\lambda+1)0+2|}{\sqrt{(\lambda-1)^2+(\lambda+1)^2}}=\frac{2}{\sqrt{2\lambda^2+2}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda^2+1}},\quad \lambda\in\{0,1,2,3,4,5\}$$

Έχουμε: $d(O,\varepsilon_\lambda)=(O\Pi)\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\lambda^2+1}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow \sqrt{\lambda^2+1}=1\Leftrightarrow \lambda=0$.

Δηλαδή οι δύο επιλογές οδηγούν στο ίδιο κόστος κατασκευής για λ=0 και ο αγωγός με τον οποίο θα μπορούσε να συνδεθεί το χωριό Ο είναι αυτός που διέρχεται από την ευθεία $\varepsilon_0: x-y+2=0$.

ii. Από την ισότητα $d(O,\varepsilon_0)=(O\Pi)$ προκύπτει ότι η προβολή του σημείου Ο πάνω στην ευθεία ε_0 είναι το σημείο Π, επομένως $O\Pi\perp\varepsilon_0$.



ε2
ε5
Π
ε0
O
O΄
ε1
ε3
ε4
-2.5
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2