

ΛΥΣΗ

α) Είναι: $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow x = 3$

β) Για να βρούμε το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με την

ευθεία ε , αρκεί να λύσουμε το σύστημα $(\Sigma): \begin{cases} y = f(x), & x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x \in \mathbb{R} \\ y = \frac{1}{8} \end{cases}$

Προκύπτει λοιπόν η εξίσωση: $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{8} \Leftrightarrow x = 3$.

Επομένως, είναι: $\begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{1}{8} \end{cases}$.

Άρα το σημείο τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f με την ευθεία ε , είναι το $A\left(3, \frac{1}{8}\right)$.

γ) Είναι γνωστό ότι η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ είναι γνησίως φθίνουσα (διότι $\frac{1}{2} < 1$).

1^{ος} τρόπος: Για να βρούμε για ποιές τιμές του x η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται κάτω από την ευθεία ε , αρκεί να λύσουμε την ανίσωση $f(x) < \frac{1}{8}, x \in \mathbb{R}$.

Ισοδύναμα έχουμε: $\left(\frac{1}{2}\right)^x < \frac{1}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow x > 3$.

2^{ος} τρόπος: Από το σχήμα φαίνεται, ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται κάτω από την ευθεία ε , όταν $x > x_A \Leftrightarrow x > 3$.