

## ΛΥΣΗ

α) Επειδή για το σημείο M του τριγωνομετρικού κύκλου οι συντεταγμένες του είναι  $M(\sigma\upsilon\nu\omega, \eta\mu\omega)$  για την αντίστοιχη γωνία  $\omega$  που έχει τελική πλευρά OM, είναι φανερό ότι έχει άδικο ο Φίλιππος καθώς δεν υπάρχει γωνία  $\omega$  με  $\eta\mu\omega = 1$  και  $\sigma\upsilon\nu\omega = 1$  καθώς τότε θα είχαμε  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$  που είναι αδύνατο καθώς γνωρίζουμε ότι για κάθε γωνία  $\omega$  ισχύει  $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$ .

β) Από το πρώτο ερώτημα συμπεραίνουμε ότι οι σωστές συντεταγμένες του σημείου M είναι  $M(0,8, 0,6)$ , επομένως  $\sigma\upsilon\nu\omega = 0,8 = \frac{4}{5}$ ,  $\eta\mu\omega = 0,6 = \frac{3}{5}$ ,  $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4}$  και  $\sigma\phi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$ .

Για την παράσταση A με αναγωγή στο πρώτο τεταρτημόριο έχουμε

$$A = \eta\mu(\pi - \omega) - 2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) + \epsilon\phi(-\omega) + \sigma\phi(\pi + \omega) = \eta\mu\omega - 2\eta\mu\omega - \epsilon\phi\omega + \sigma\phi\omega = \frac{3}{5} - 2 \cdot \frac{3}{5} - \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = -\frac{3}{5} - \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = -\frac{36}{60} - \frac{45}{60} + \frac{80}{60} = -\frac{1}{60}$$

γ) Για τις τιμές που βρήκαμε στο προηγούμενο ερώτημα η συνάρτηση f γίνεται  $f(x) = 5 \cdot 0,8x^3 - 10 \cdot 0,6x^2 + 5x - 3 = 4x^3 - 6x^2 + 5x - 3$ . Ζητάμε τις λύσεις της ανίσωσης  $f(x) < 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 6x^2 + 5x - 3 < 0$ . Με τη βοήθεια του σχήματος Horner βρίσκουμε ότι  $4x^3 - 6x^2 + 5x - 3 = (x - 1) \cdot (4x^2 - 2x + 3)$ . Επομένως λύνουμε την ανίσωση  $(x - 1) \cdot (4x^2 - 2x + 3) < 0 \Leftrightarrow x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$ , αφού  $4x^2 - 2x + 3 > 0$  για κάθε πραγματικό αριθμό x καθώς εύκολα αποδεικνύεται ότι η διακρίνουσά του είναι αρνητική και δεν έχει ρίζες. Επομένως η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται κάτω από τον άξονα x'όταν  $x < 1$ , δηλαδή στο διάστημα  $(-\infty, 1)$ .