ΛΥΣΗ

α) Το x-1 είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$, διότι το 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου, αφού $P(1) = 1 + 6 \cdot 1 - 7 = 0$.

β) Το πολυώνυμο παραγοντοποιείται:

$P(x) = x^4 + 6x^2 - 7 = x^4 + 7x^2 - x^2 - 7 = x^2(x^2 + 7) - (x^2 + 7) = (x^2 + 7)(x^2 - 1) = (x^2 + 7)(x + 1)(x - 1)$.

γ) i. Η εξίσωση $P(x) = 0$ γίνεται $(x^2 + 7)(x + 1)(x - 1) = 0$.

Επειδή, $x^2 + 7 > 0$, οι λύσεις της εξίσωσης είναι $x = -1$ ή $x = 1$.

ii. Στην εξίσωση $(2ημx - 1)^4 + 6(2ημx - 1)^2 - 7 = 0$ αν θέσουμε $2ημx - 1 = ω$ προκύπτει η εξίσωση $P(ω) = 0$, σύμφωνα με το i ερώτημα θα έχουμε $ω = -1$ ή $ω = 1$.

Άρα, $2ημx - 1 = -1$ ή $2ημx - 1 = 1$, τότε $ημx = 0$ ή $ημx = 1$.

Επομένως, $x = 2κπ$ ή $2κπ + π$ ή $2κπ + \frac{π}{2}$ με $κ \in \mathbb{Z}$.