ΛΥΣΗ

α) Το x-1 είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P\left(x\right),$ διότι το 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου, αφού $P\left(1\right)=1+6∙1-7=0.$

β) Το πολυώνυμο παραγοντοποιείται:

 $P\left(x\right)=x^{4}+6 x^{2} –7=x^{4}+7 x^{2}- x^{2} –7= x^{2}\left( x^{2}+7\right)-\left( x^{2}+7\right)=(x^{2}+7)( x^{2}-1)= (x^{2}+7)(x+1)(x-1).$

γ) i. Η εξίσωση $P(x)=$ 0 γίνεται $ (x^{2}+7)\left(x+1\right)\left(x-1\right)=0$.

Επειδή, $ x^{2}+7>0$, οι λύσεις της εξίσωσης είναι $x=-1$ ή $x=1$.

ii. Στην εξίσωση $(2ημx – 1)^{4}+6 (2ημx – 1)^{2} –7 = 0$ αν θέσουμε $2ημx – 1=ω$ προκύπτει η εξίσωση $P(ω)=0$, σύμφωνα με το i ερώτημα θα έχουμε $ω=-1$ ή $ω=1$.

Άρα, $2ημx – 1=-1$ ή $2ημx – 1=1$, τότε $ημx=0$ ή $ημx =1$.

Επομένως, $x=2κπ$ ή $2κπ+π$ ή $2κπ+\frac{π}{2}$ με $κϵZ$.