

ΛΥΣΗ

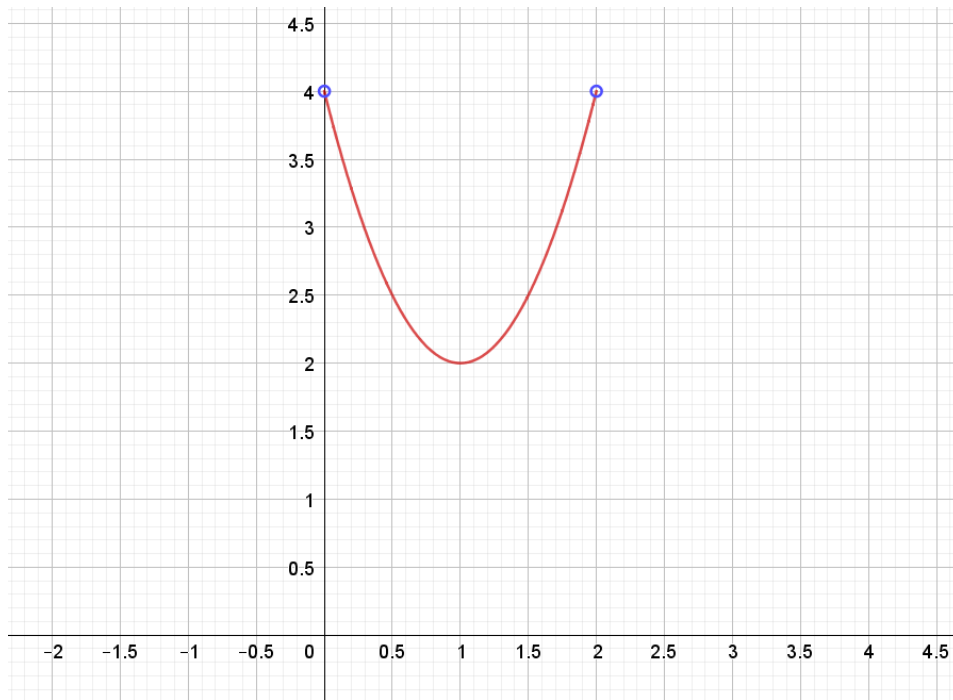
α) Αφού $Z\Gamma = x$ και $B\Gamma = 2$ έχουμε ότι $BZ = 2 - x$. Από το Πυθαγόρειο θεώρημα στο EBZ έχουμε : $EZ^2 = BZ^2 + EB^2 = (2 - x)^2 + x^2$ οπότε $EZ = \sqrt{(2 - x)^2 + x^2}$. Τέλος αφού το τμήμα $Z\Gamma = x$ είναι μέρος της πλευράς $B\Gamma = 2$, έχουμε ότι $0 < x < 2$.

β) Το εμβαδόν του τετραγώνου $EZH\Theta$ είναι ίσο με EZ^2 . Είναι

$$\begin{aligned}EZ^2 &= (2 - x)^2 + x^2 = \\ &4 - 4x + x^2 + x^2 = \\ &2x^2 - 4x + 4 = \\ &2x^2 - 4x + 2 + 2 = \\ &2(x^2 - 2x + 1) + 2 = \\ &2(x - 1)^2 + 2\end{aligned}$$

οπότε η ζητούμενη συνάρτηση είναι $E(x) = 2(x - 1)^2 + 2$ με πεδίο ορισμού το $(0, 2)$ αφού όπως δείξαμε παραπάνω είναι $0 < x < 2$.

γ) Η γραφική παράσταση της $E(x)$ θα προκύψει από τη γραφική παράσταση της $g(x) = 2x^2$, με μια οριζόντια μετατόπιση 1 μονάδα δεξιά και στη συνέχεια με μία κατακόρυφη μετατόπιση 2 μονάδων προς τα πάνω. Η γραφική παράσταση της $E(x)$ στο $(0, 2)$ φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Από τη γραφική παράσταση συμπεραίνουμε ότι το εμβαδόν του τετραγώνου ΕΖΗΘ γίνεται ελάχιστο όταν $x = 1$. Μάλιστα η ελάχιστη τιμή του είναι 2 cm^2 .

δ) Για $x = 1$ έχουμε ότι $EB = Z\Gamma = Η\Delta = \Theta A = 1$, δηλαδή το εμβαδόν του τετραγώνου ΕΖΗΘ γίνεται ελάχιστο όταν οι κορυφές του είναι τα μέσα των πλευρών του ΑΒΓΔ.