ΛΥΣΗ

α) Γραφικά η υψομετρική διαφορά ανάμεσα στην υψηλότερη πλημμυρίδα και τη χαμηλότερη άμπωτη, εκφράζεται με τη διαφορά του ελαχίστου -3 της συνάρτησης f, από το μέγιστό της 3. Συνεπώς η ζητούμενη υψομετρική διαφορά είναι 6 μέτρα.

β) Από το σχήμα παρατηρούμε ότι το μικρότερο διάστημα που απαιτείται για να αρχίσει να επαναλαμβάνεται η γραφική παράσταση είναι 12 ώρες. Συνεπώς η ζητούμενη περίοδος είναι 12.

γ) Ο τύπος της ημιτονοειδούς συνάρτησης f είναι της μορφής $f(t) = \rho \cdot \eta\mu(\omega t)$ όπου $\rho > 0, \omega > 0$. Δεδομένου ότι η μέγιστη τιμή της f είναι 3 συμπεραίνουμε ότι $\rho = 3$. Επίσης η περίοδος είναι 12 οπότε $\frac{2\pi}{\omega} = 12 \Leftrightarrow \omega = \frac{\pi}{6}$. Συνεπώς η συνάρτηση f έχει τύπο $f(t) = 3 \cdot \eta\mu(\frac{\pi}{6} \cdot t)$.

δ) Αναζητούμε τις λύσεις της εξίσωσης $f(t) = \frac{3}{2}$, όπου $0 \le t \le 24$. Είναι

$$f(t) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 3 \cdot \eta\mu(\frac{\pi}{6} \cdot t) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \eta\mu(\frac{\pi}{6} \cdot t) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\eta\mu(\frac{\pi}{6} \cdot t) = \eta\mu(\frac{\pi}{6}) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{6} \cdot t = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ \acute{\eta} \\ \frac{\pi}{6} \cdot t = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 12\kappa + 1 \\ \acute{\eta} \\ t = 12\kappa + 5 \end{cases}, \kappa \in \mathbb{Z}$$

Επειδή $0 \le t \le 24$, έχουμε τελικά ότι οι ζητούμενες ώρες είναι 1, 5, 13, 17.

Σχόλιο: Αυτό επιβεβαιώνεται και γραφικά από τις τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της f, με την ευθεία $y = \frac{3}{2}$.