

ΛΥΣΗ

α) Η συνάρτηση f ορίζεται για τις τιμές του x για τις οποίες $x \neq 0$ και $\frac{1-x}{x} > 0$ ή ισοδύναμα $(1-x)x > 0$. Ο πίνακας προσήμων του τριωνύμου $P(x) = (1-x)x$ είναι ο ακόλουθος:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
x	-	0	+	+
$1-x$	+	+	0	-
$P(x)$	-	0	+	-

Άρα, $(1-x)x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$. Οπότε, το πεδίο ορισμού της f είναι το διάστημα $(0,1)$.

β) Για $0 < x < 1$, έχουμε:

$$\begin{aligned}f(x) = 0 &\Leftrightarrow \ln \frac{1-x}{x} = 0 \Leftrightarrow \\ \ln \frac{1-x}{x} = \ln 1 &\Leftrightarrow \frac{1-x}{x} = 1 \Leftrightarrow \\ 1-x = x &\Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow \\ x &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Η λύση $x = \frac{1}{2}$ γίνεται δεκτή διότι ανήκει στο πεδίο ορισμού της f .