

ΛΥΣΗ

α) Η εξίσωση (1) γράφεται:

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0 &\Leftrightarrow (x^2 - 6x) + (y^2 - 8y) = 0 \\&\Leftrightarrow (x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2) + (y^2 - 2 \cdot 4 \cdot y + 4^2) = 3^2 + 4^2 \\&\Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25.\end{aligned}$$

Άρα ο κύκλος έχει κέντρο $K(3,4)$ και ακτίνα $\rho = \sqrt{25} = 5$.

β) Έχουμε $d(K,\varepsilon) = \frac{|3x_K + 4y_K|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 4|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|9 + 16|}{\sqrt{25}} = \frac{|25|}{5} = \frac{25}{5} = 5$ μονάδες μήκους.

γ) Από τα προηγούμενα ερωτήματα παρατηρούμε ότι η απόσταση $d(K,\varepsilon)$ ισούται με την ακτίνα ρ του κύκλου C , οπότε ο ισχυρισμός «Ο κύκλος C και η ευθεία ε εφάπτονται» είναι αληθής.