

ΛΥΣΗ

α) Η εξίσωση (1) της παραβολής είναι της μορφής $x^2 = 2py$, με εστία $E(0, \frac{p}{2})$ πάνω στον άξονα $y'y$ και διευθετούσα $\delta: y = -\frac{p}{2}$, κάθετη στον άξονα $y'y$.

Άρα, από την εξίσωση της παραβολής έχουμε $y = \frac{1}{2}x^2 \Leftrightarrow x^2 = 2y$, οπότε $p = 1$, επομένως η εστία θα είναι $E(0, \frac{1}{2})$ και η διευθετούσα $\delta: y = -\frac{1}{2}$.

β) Η μορφή της εξίσωσης της εφαπτομένης της παραβολής $x^2 = 2py$ σε ένα σημείο της (x_1, y_1) είναι $x \cdot x_1 = p(y+y_1)$.

Άρα, η εξίσωση της εφαπτομένης της δοσμένης παραβολής στο σημείο $A(2,2)$ είναι

$$2x = y + 2 \Leftrightarrow 2x - y - 2 = 0.$$

γ) Η παραβολή (1), η εστία E , η διευθετούσα δ και η εφαπτομένη της παραβολής στο σημείο $A(2,2)$ φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

