

ΛΥΣΗ

α) Από την βασική τριγωνομετρική ταυτότητα $\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\nu^2\theta = 1$ έχουμε

$$\eta\mu^2\theta = 1 - \sigma\upsilon\nu^2\theta = 1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

και $\theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, οπότε $\eta\mu\theta < 0$. Άρα, $\eta\mu\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

β) Επειδή $\pi - \theta + \theta = \pi$, έχουμε $\sigma\upsilon\nu(\pi - \theta) = -\sigma\upsilon\nu\theta$ και $\eta\mu(\pi - \theta) = \eta\mu\theta$. Επιπλέον,

$$\sigma\upsilon\nu(-\theta) = \sigma\upsilon\nu\theta \text{ και } \eta\mu(-\theta) = -\eta\mu\theta$$

οπότε έχουμε:

$$A = \sigma\upsilon\nu(\pi - \theta)\sigma\upsilon\nu(-\theta) - \eta\mu(\pi - \theta)\eta\mu(-\theta) = -\sigma\upsilon\nu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu\theta \cdot (-\eta\mu\theta) = \eta\mu^2\theta - \sigma\upsilon\nu^2\theta$$

$$= \frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$$