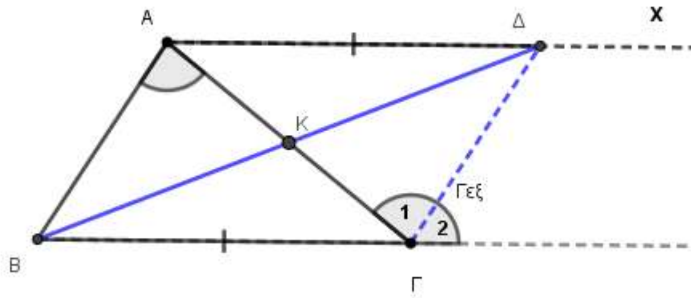
Έστω τρίγωνο ΑΒΓ τέτοιο ώστε η $\widehat{Γ}_{εξ} = 2\widehat{A}$, ημιευθεία Αx παράλληλη στη ΒΓ και σημείο της Δ τέτοιο ώστε ΑΔ = ΒΓ.



α) Αφού τα τμήματα ΑΔ και ΒΓ είναι ίσα και παράλληλα, τότε το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Οι διαγώνιοί του ΑΓ και ΒΔ διχοτομούνται έστω στο σημείο Κ. Άρα η ΒΔ διέρχεται από το μέσο Κ του τμήματος ΑΓ.

β) Επειδή το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο, οι πλευρές του ΑΒ και ΔΓ είναι παράλληλες.

Είναι $\widehat{Γ}_1 = \widehat{A}$ (1) ως γωνίες εντός εναλλάξ των παραλλήλων ΑΒ, ΓΔ που τις τέμνει η ΑΓ.

Όμως είναι $\widehat{Γ}_{εξ} = 2\widehat{A}$ και $\widehat{Γ}_{εξ} = \widehat{Γ}_1 + \widehat{Γ}_2$ οπότε θα είναι $2\widehat{A} = \widehat{A} + \widehat{Γ}_2$. Άρα $\widehat{A} = \widehat{Γ}_2$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι $\widehat{Γ}_1 = \widehat{Γ}_2$, οπότε η ΓΔ είναι διχοτόμος της $\widehat{Γ}_{εξ}$.

γ) Γνωρίζουμε ότι η εξωτερική γωνία τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των απέναντι δυο εσωτερικών γωνιών του, άρα $\widehat{Γ}_{εξ} = \widehat{A} + \widehat{B}$. Με δεδομένο ότι $\widehat{Γ}_{εξ} = 2\widehat{A}$ θα είναι $2\widehat{A} = \widehat{A} + \widehat{B}$ άρα $\widehat{A} = \widehat{B}$. Οπότε το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.