

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη – διαστημικό όχημα διατηρείται οπότε:

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$-G \cdot \frac{M_{\Gamma}(M+m)}{r_1} + \frac{1}{2} \cdot (M+m) \cdot u_1^2 = -G \cdot \frac{M_{\Gamma}(M+m)}{r_2} + \frac{1}{2} \cdot (M+m) \cdot u_2^2, \text{ δηλαδή:}$$

$$-\frac{g_0 R_{\Gamma}^2}{4R_{\Gamma}} + \frac{1}{2} \cdot u_1^2 = -\frac{g_0 R_{\Gamma}^2}{2R_{\Gamma}} + \frac{1}{2} \cdot u_2^2 \Rightarrow$$

$$u_2^2 = -\frac{g_0 \cdot R_{\Gamma}}{2} + u_1^2 + g_0 \cdot R_{\Gamma} \Rightarrow$$

$$u_2 = 8,25 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά την απελευθέρωση της σεληνακάτου ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα όχημα - σεληνάκατος:

$$P_{ολ}^{\alpha\rho\chi} = P_{ολ}^{\tau\epsilon\lambda}, \text{ δηλαδή:}$$

$$(M+m) \cdot v_2 = M \cdot v + 0 \leftrightarrow v = \frac{(M+m) \cdot v_2}{M}$$

$$\text{Άρα: } v = 9,6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση της σεληνακάτου από το σημείο απόστασης r_2 έως την επιφάνεια της Γης:

$$\Delta K = W_w$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_3^2 - 0 = m \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda})$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_3^2 = m \cdot \left(-G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{2R_{\Gamma}} + G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}} \right)$$

$$v_3^2 = +G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}$$

$$v_3 = \sqrt{g_0 \cdot R_{\Gamma}} = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του οχήματος από το σημείο που απελευθερώθηκε η σεληνάκατος έως την επιφάνεια της Γης:

$$\Delta K = W_w + W_F$$

$$0 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = M \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda}) + W_F$$

$$-\frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = M \cdot \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} \right) + W_F$$

$$-\frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = M \cdot \left(+G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma} \right) + W_F$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot g_0 \cdot R_\Gamma$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot (v^2 + g_0 \cdot R_\Gamma)$$

$$W_F = -468,48 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Μονάδες 7