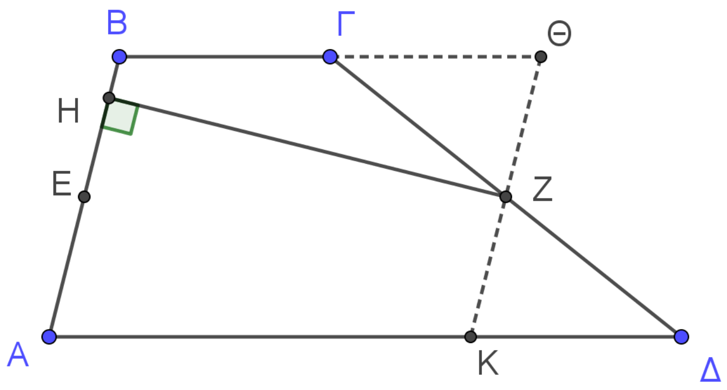
ΛΥΣΗ



α) Τα τρίγωνα ΓΘΖ και ΚΖΔ είναι ίσα γιατί έχουν

ΓΖ = ΖΔ αφού Ζ μέσο της ΓΔ

$\Gamma\hat{Z}\Theta = K\hat{Z}\Delta$ ως κατακορυφήν γωνίες

$Z\hat{\Gamma}\Theta = Z\hat{\Delta}K$ ως εντός εναλλάξ γωνίες

Άρα (ΓΘΖ) = (ΚΖΔ) και συνεπώς

(ΑΒΓΔ) = (ΑΒΓΖΚ) + (ΚΖΔ) = (ΑΒΓΖΚ) + (ΓΘΖ) = (ΑΒΘΚ)

β) Το ΑΒΘΚ είναι παραλληλόγραμμο με (ΑΒΘΚ) = ΑΒ · ΗΖ

Από α) είναι (ΑΒΓΔ) = (ΑΒΘΚ)

Άρα (ΑΒΓΔ) = ΑΒ · ΗΖ

γ) Για το τραπέζιο ΑΒΓΔ ισχύει (ΑΒΓΔ) = $\frac{(A\Delta+B\Gamma)\cdot\upsilon}{2}$

Από β) είναι (ΑΒΓΔ) = ΑΒ · ΗΖ

Άρα $\frac{(A\Delta+B\Gamma)\cdot\upsilon}{2}$ = ΑΒ · ΗΖ $\Rightarrow$ $\upsilon = \frac{2\cdot AB\cdot HZ}{A\Delta+B\Gamma}$

δ) Φέρνουμε τη διαγώνιο ΒΚ του παραλληλογράμμου ΑΒΘΚ .

Τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΒΘΚ είναι ίσα οπότε (ΑΒΚ)=(ΒΘΚ)

Επιπλέον (ΑΒΚ)+(ΒΘΚ) = (ΑΒΘΚ) συνεπώς (ΑΒΚ) = $\frac{1}{2}(AB\Theta K)$.

Η ΚΕ είναι διάμεσος του ΑΒΚ συνεπώς (ΑΕΚ) = $\frac{1}{2}(ABK)$.

Άρα $(AEK) = \frac{1}{4}(AB\Theta K)$

Όμως από α) είναι (ΑΒΓΔ) = (ΑΒΘΚ)

Συνεπώς $(AEK) = \frac{1}{4}$(ΑΒΓΔ)