ΛΥΣΗ

α)

i. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-\rho$ αν και μόνο αν $P(\rho)=0$. Έχουμε $P(3)=2\cdot 3^3-3\cdot 3^2-11\cdot 3+6=54-27-33+6=0$, άρα το $x-3$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

ii. Εκτελούμε την διαίρεση

$$
\begin{array}{r|l}
2x^3-3x^2-11x+6 & x-3 \\ \cline{2-2}
-2x^3+6x^2 & 2x^2+3x-2 \\ \cline{1-1}
3x^2-11x+6 & \\
-3x^2+9x & \\ \cline{1-1}
-2x+6 & \\
+2x-6 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

β) Από το α)ii ερώτημα έχουμε ότι: $2x^3-3x^2-11x+6=(x-3)(2x^2+3x-2)$.

Το $2x-1$ θα διαιρεί το $P(x)$ αν και μόνο αν διαιρεί τον παράγοντα $2x^2+3x-2$.

Έχουμε $2x^2+3x-2=(2x-1)(x+2)$, αφού $\Delta=25$ και $x_1=-2,\ x_2=\frac{1}{2}$.

Οπότε $2x^3-3x^2-11x+6=(x-3)(2x-1)(x+2)$, δηλαδή το $P(x)$ έχει παράγοντα το $(x-3)(2x-1)$.

Εναλλακτική λύση

Είναι $(x-3)(2x-1)=2x^2-7x+3$. Εκτελούμε τη διαίρεση

$$
\begin{array}{r|l}
2x^3-3x^2-11x+6 & 2x^2-7x+3 \\ \cline{2-2}
-2x^3+7x^2-3x & x+2 \\ \cline{1-1}
4x^2-14x+6 & \\
-4x^2+14x-6 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Έχουμε

$2x^3-3x^2-11x+6=\left(2x^2-7x+3\right)\left(x+2\right)$, δηλαδή το $P\left(x\right)$ διαιρείται με το $2x^2-7x+3$, άρα διαιρείται με το $\left(x-3\right)\cdot\left(2x-1\right)$.